



Présentation des travaux en cours

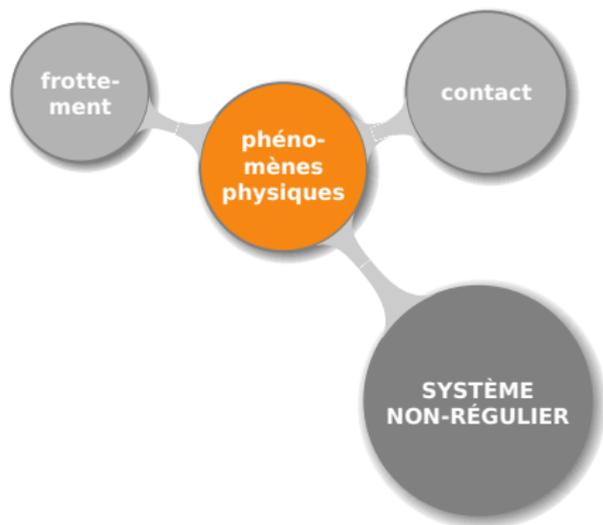
Stratégie d'éloignement des discontinuités en optimisation de boîte noire

Solène KOJTYCH

Directeurs : Charles AUDET, Alain BATAILLY

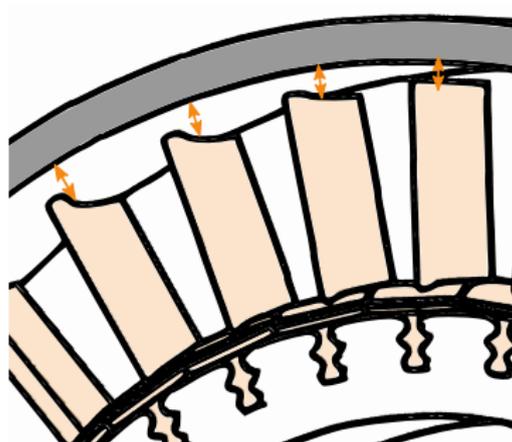
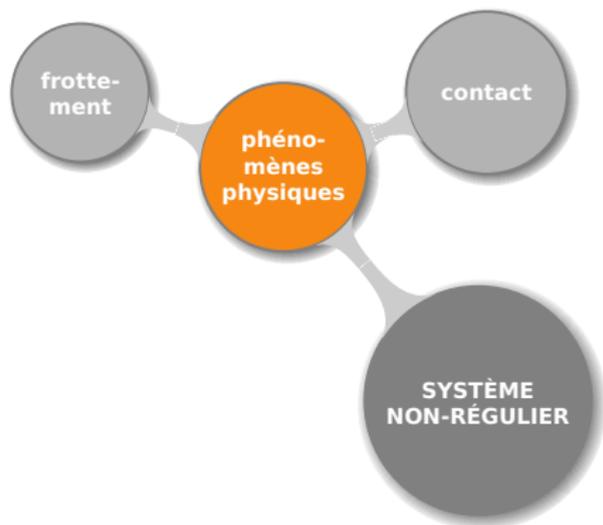
27 novembre 2019

Turboréacteur



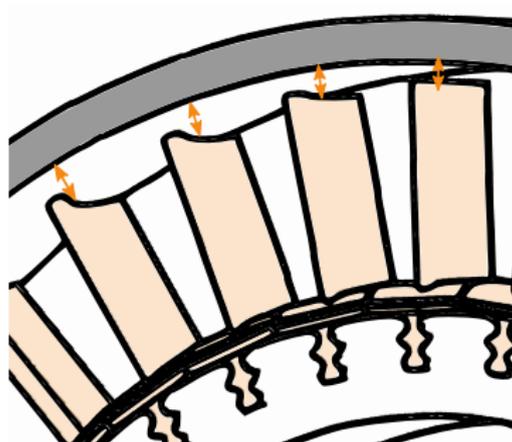
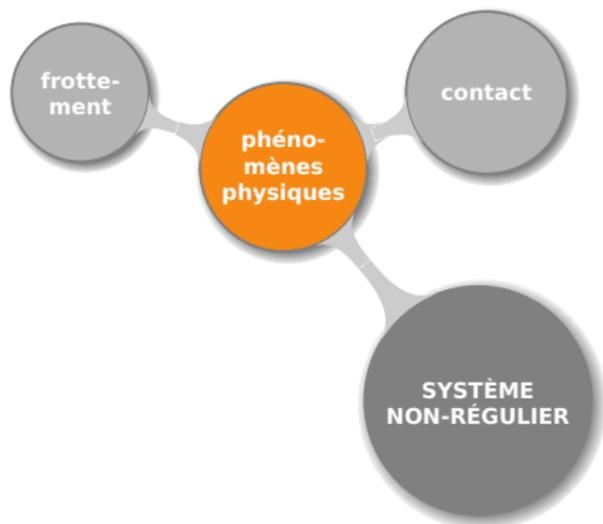
RB211 Trent 900, Rolls Royce

Turboréacteur



interface aube-carter

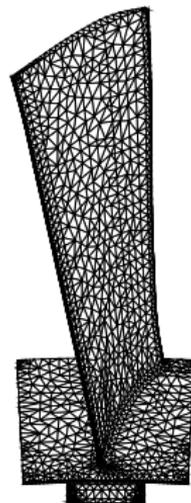
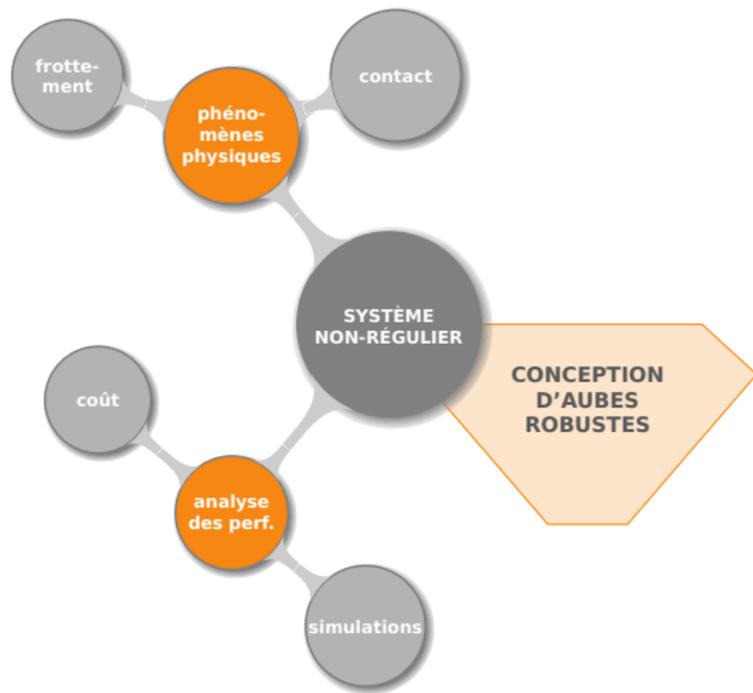
Turboréacteur



interface aube-carter

Enjeu : concevoir des aubes robustes aux interactions de contact

Conception d'aubes robustes

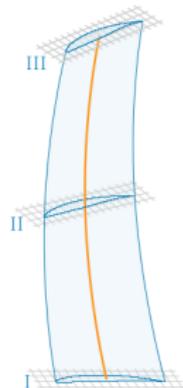
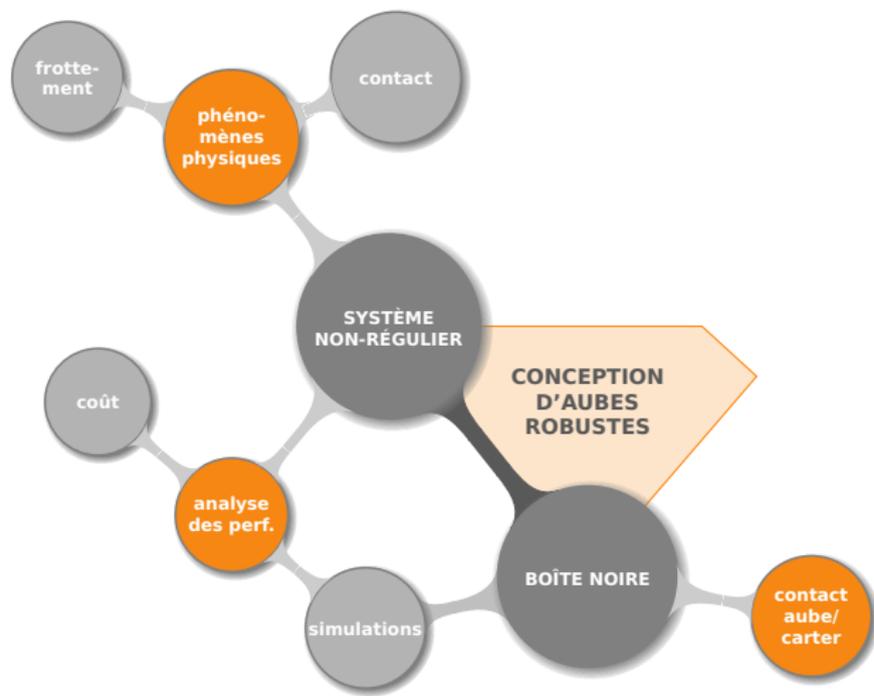


modèle éléments finis
d'une aube

Source: Towards the Structural Optimization of Bladed Components Featuring Contact Interfaces

Lainé, Piollet, Batailly 2018

Conception d'aubes robustes

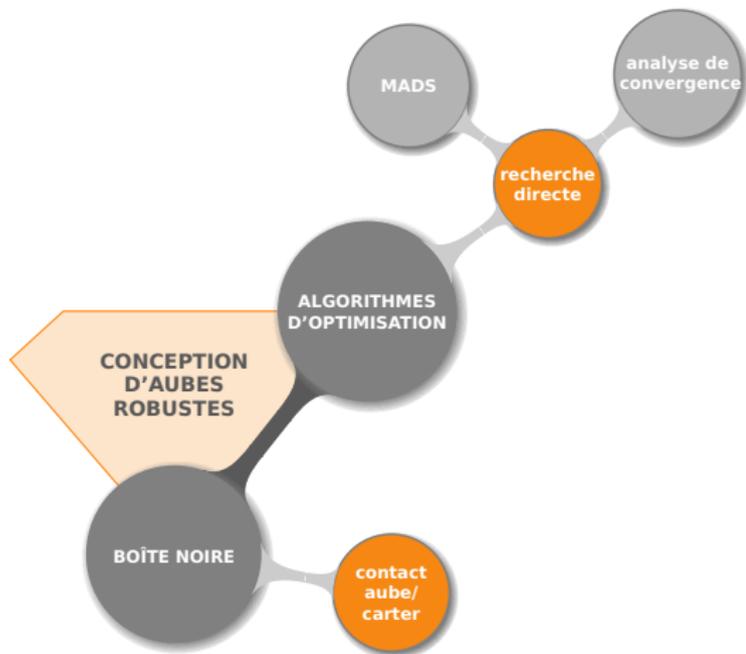
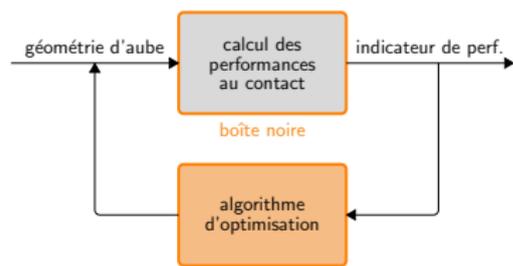


paramétrisation de la géométrie

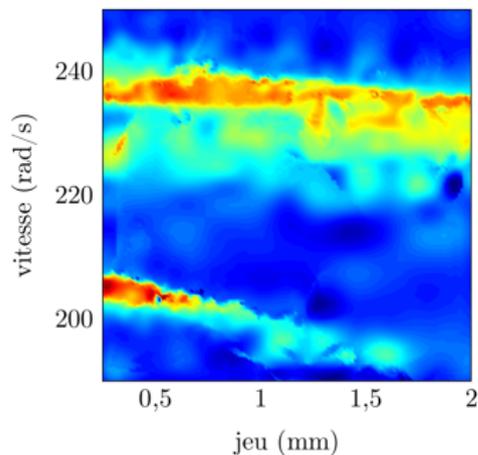
Source:

Lainé, optimisation d'aubes de turbomachines : minimisation de la réponse vibratoire à la suite de contacts avec le carter, mémoire de maîtrise, 2017

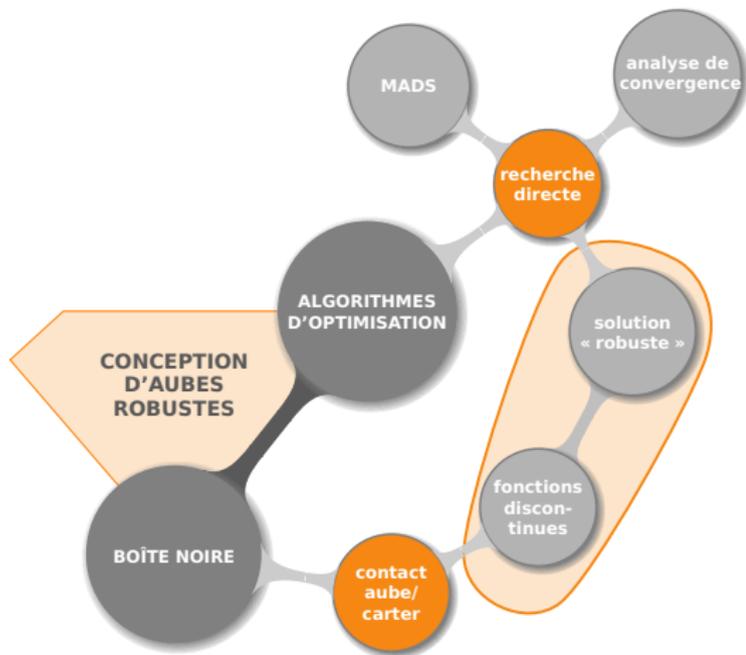
Conception d'aubes robustes



Conception d'aubes robustes



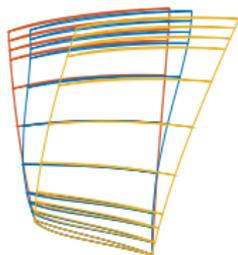
surface de réponse
correspondant à une sortie de
la boîte noire



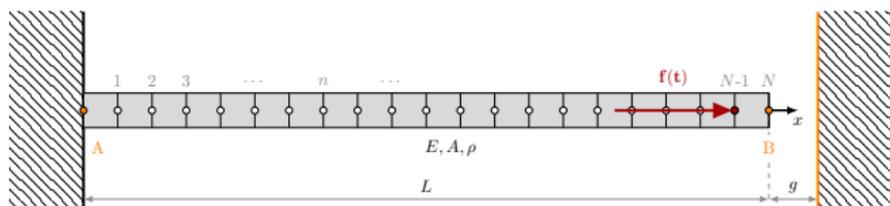
Objectif

Adapter l'algorithme MADS pour trouver une solution robuste éloignée des discontinuités

- ▶ Défi : position des discontinuités inconnue
 - comment les détecter ?
 - comment s'en éloigner ?
- ▶ Historique :



optimisation avec
critère de robustesse
linéaire



tests préliminaires avec modèle simplifié d'aube

Lainé, Piollet, Batailly 2018

Source: Towards the Structural Optimization of Bladed Components
Featuring Contact Interfaces

Sommaire

- 1 Optimisation de boîte noires
- 2 Algorithme d'éloignement des discontinuités
- 3 Résultats
- 4 Conclusion

Sommaire

- 1 Optimisation de boîte noires
- 2 Algorithme d'éloignement des discontinuités
- 3 Résultats
- 4 Conclusion

Problème d'optimisation

► formulation

$$\min_{x \in X} f(x) \quad \text{fonction objectif}$$

$$\text{sujet à : } c(x) \leq 0 \quad \text{contraintes du problème}$$

où :

- $X \subseteq \mathbb{R}^n$, $n \in \mathbb{N}$ dimension du problème,
- $x \in X$ vecteur des variables,
- $f(x) : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$, $c(x) : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$, $m \in \mathbb{N}$.

► contexte d'optimisation de boîte noire

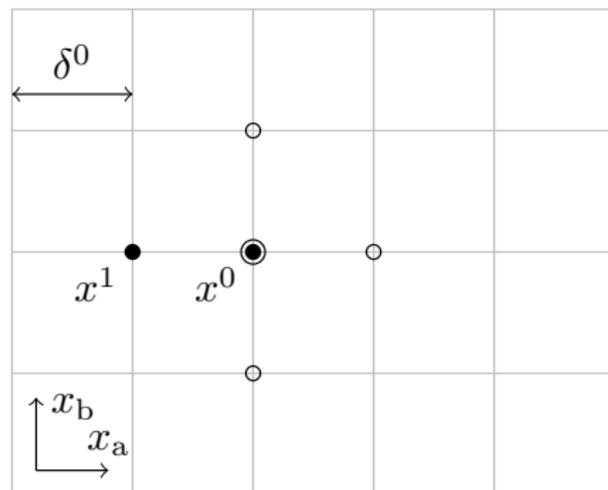


réponse en déplacement

► méthodes de recherche directe

Recherche par coordonnées¹

- illustration sur un problème de 2 variables sans contraintes



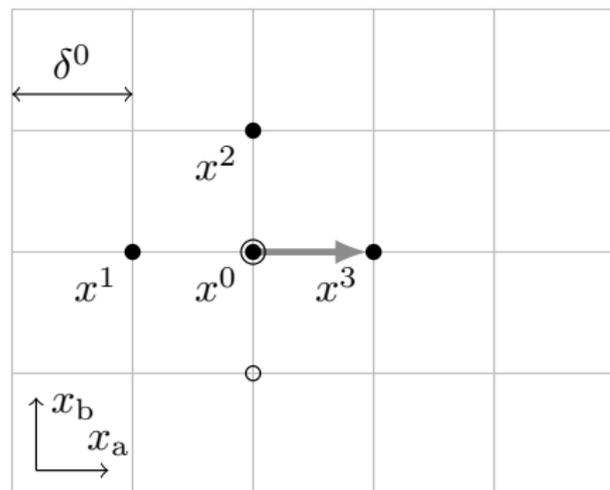
- itération 0

- $f(x^0) \leq f(x^1)$

1. E. FERMI et N. METROPOLIS. *Numerical solution of a minimum problem*. Los Alamos Unclassified Report LA-1492. Los Alamos, USA : Los Alamos National Laboratory, 1952.

Recherche par coordonnées¹

- illustration sur un problème de 2 variables sans contraintes



- itération 0

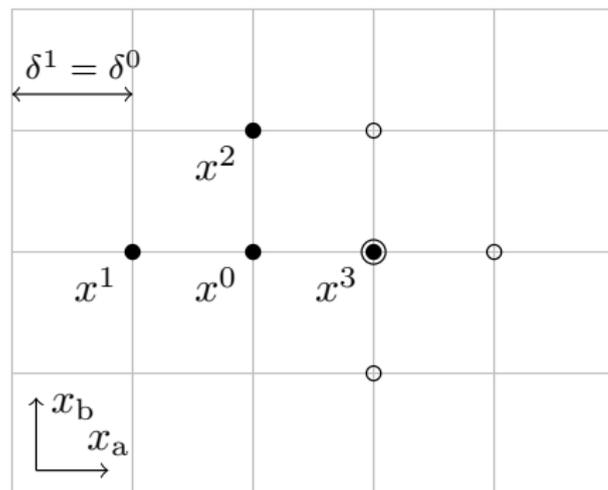
- $f(x^0) \leq f(x^1)$
- $f(x^0) \leq f(x^2)$
- $f(x^0) > f(x^3)$

⇒ itération à succès

1. E. FERMI et N. METROPOLIS. *Numerical solution of a minimum problem*. Los Alamos Unclassified Report LA-1492. Los Alamos, USA : Los Alamos National Laboratory, 1952.

Recherche par coordonnées¹

- ▶ illustration sur un problème de 2 variables sans contraintes

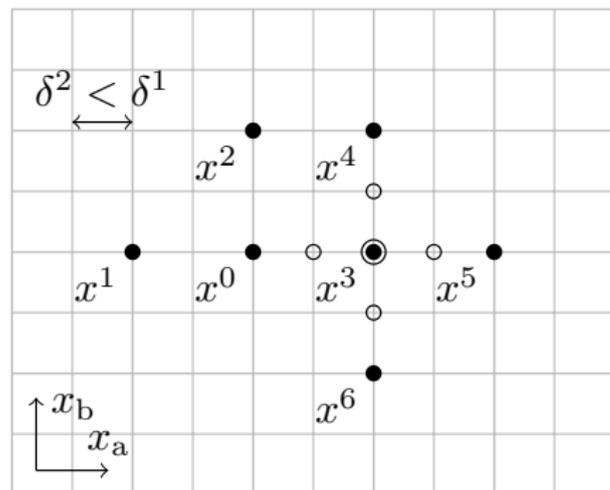


- ▶ itération 1

1. E. FERMI et N. METROPOLIS. *Numerical solution of a minimum problem*. Los Alamos Unclassified Report LA-1492. Los Alamos, USA : Los Alamos National Laboratory, 1952.

Recherche par coordonnées¹

- illustration sur un problème de 2 variables sans contraintes



- itération 1

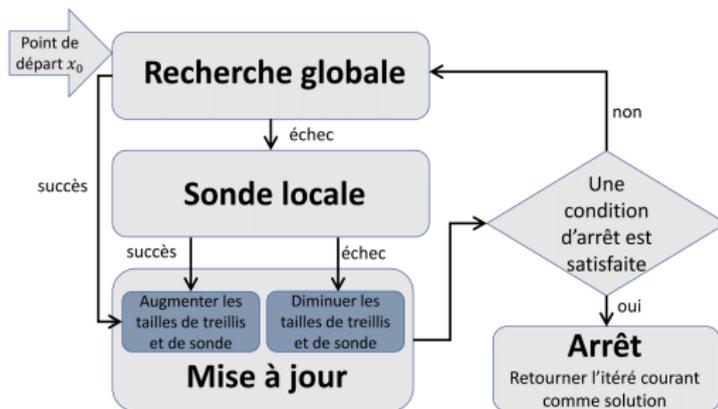
- $f(x^3) \leq f(x^4)$
- $f(x^3) \leq f(x^5)$
- $f(x^3) \leq f(x^6)$

⇒ itération à **échec**

1. E. FERMI et N. METROPOLIS. *Numerical solution of a minimum problem*. Los Alamos Unclassified Report LA-1492. Los Alamos, USA : Los Alamos National Laboratory, 1952.

Recherche directe sur treillis adaptatifs (MADS)²

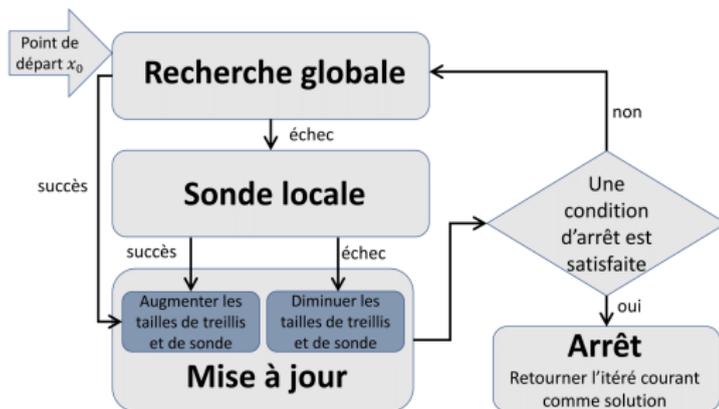
- principe sur un problème sans contraintes



Source : Nadir Amaïoua

Recherche directe sur treillis adaptatifs (MADS)²

- principe sur un problème sans contraintes



Source : Nadir Amaoua

- caractéristiques de MADS

- ajout d'une phase de recherche libre
- directions de recherche plus diversifiées que CS
- gestion des problèmes avec contraintes possible
- propriétés de convergence plus riches

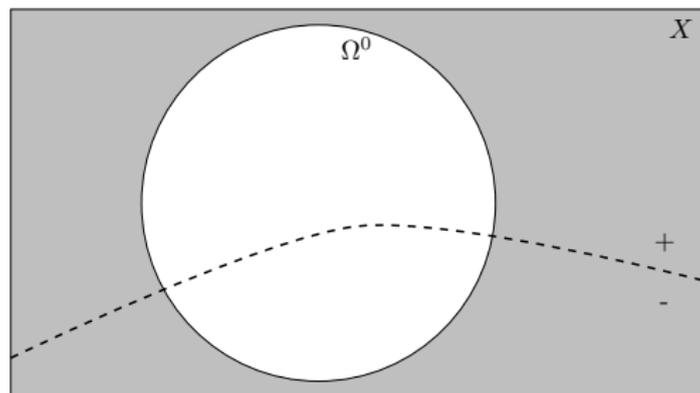
2. C. AUDET et J.E. DENNIS, JR. « Mesh Adaptive Direct Search Algorithms for Constrained Optimization ». *SIAM Journal on Optimization* 17.1 (2006), pages 188-217. URL : <http://dx.doi.org/doi:10.1137/040603371>.

Sommaire

- ① Optimisation de boîte noires
- ② Algorithme d'éloignement des discontinuités
- ③ Résultats
- ④ Conclusion

Modélisation du problème

$\min_{x \in \Omega^0} f(x)$ sujet à : « x loin d'une discontinuité de f ou c »

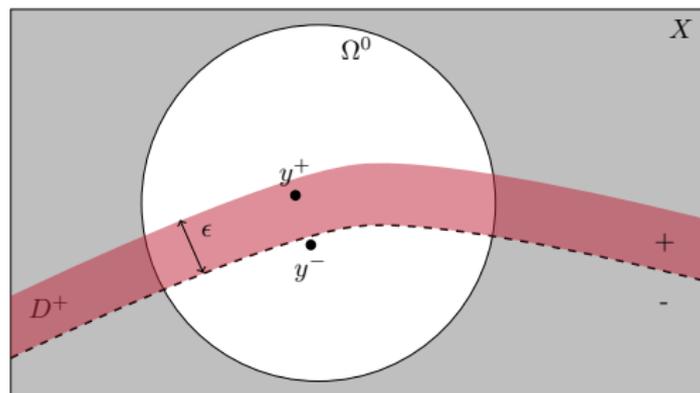


$$\Omega^0 = \{x \in X, c(x) \leq 0\}$$

Modélisation du problème

$\min_{x \in \Omega^0} f(x)$ sujet à : « x loin d'une discontinuité de f ou c »

► discontinuité \Rightarrow détection basée sur la propriété **L**-lipschitz



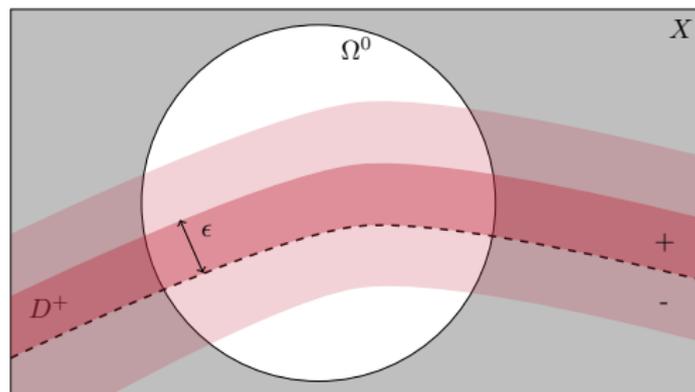
$$\Omega^0 = \{x \in X, c(x) \leq 0\}$$

$$D^+ = \{x^+ \in X : \exists x^- \in X \cap B_\epsilon(x^+), f(x^+) - f(x^-) > L \|x^+ - x^-\|\}$$

Modélisation du problème

$\min_{x \in \Omega^0} f(x)$ sujet à : « x loin d'une discontinuité de f ou c »

- ▶ **discontinuité** \Rightarrow détection basée sur la propriété **L**-lipschitz
- ▶ **loin** \Rightarrow hors de la boule de rayon ϵ centrée en x



$$\Omega^0 = \{x \in X, c(x) \leq 0\}$$

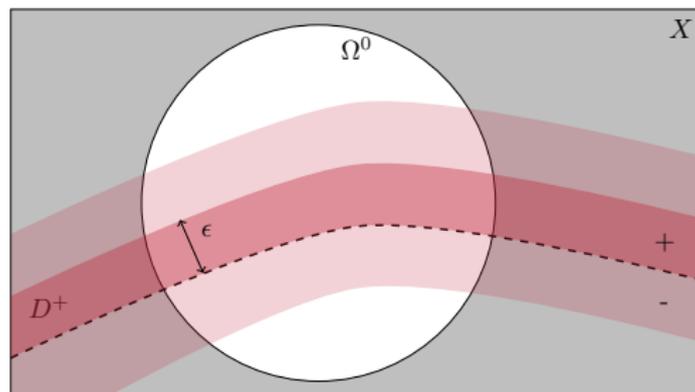
$$D^+ = \{x^+ \in X : \exists x^- \in X \cap B_\epsilon(x^+), f(x^+) - f(x^-) > L \|x^+ - x^-\|\}$$

$$\hat{\Omega} = \Omega^0 \setminus B_\epsilon(D^+)$$

Modélisation du problème

$$\min_{x \in \hat{\Omega}} f(x)$$

- ▶ paramètres ϵ et L fournis par l'utilisateur



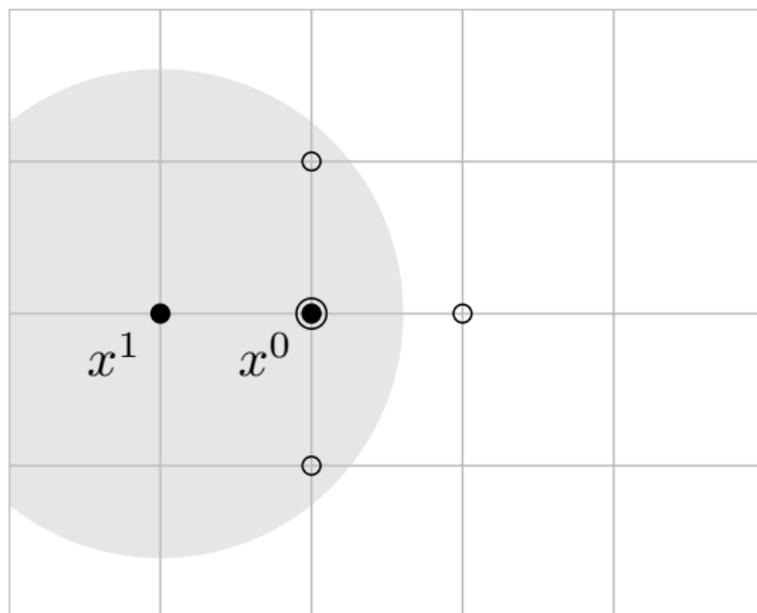
$$\Omega^0 = \{x \in X, c(x) \leq 0\}$$

$$D^+ = \{x^+ \in X : \exists x^- \in X \cap B_\epsilon(x^+), f(x^+) - f(x^-) > L \|x^+ - x^-\|\}$$

$$\hat{\Omega} = \Omega^0 \setminus B_\epsilon(D^+)$$

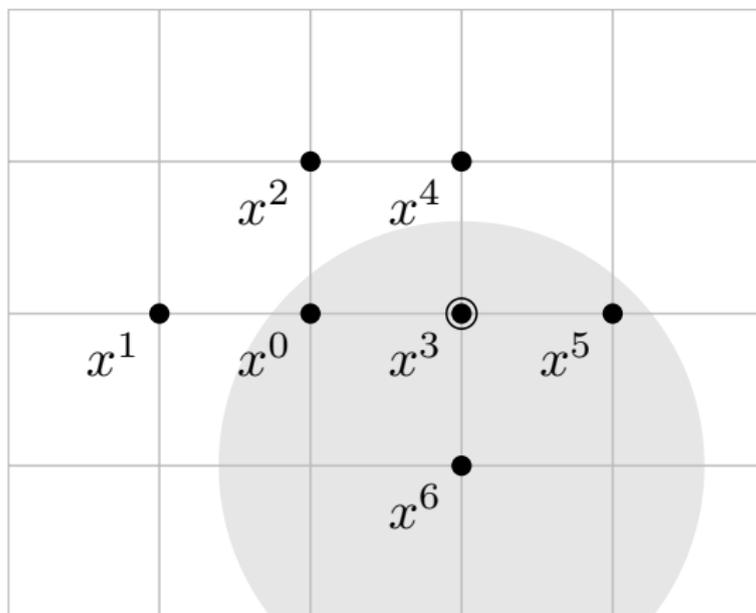
Principe de l'algorithme

- illustration sur la recherche par coordonnées



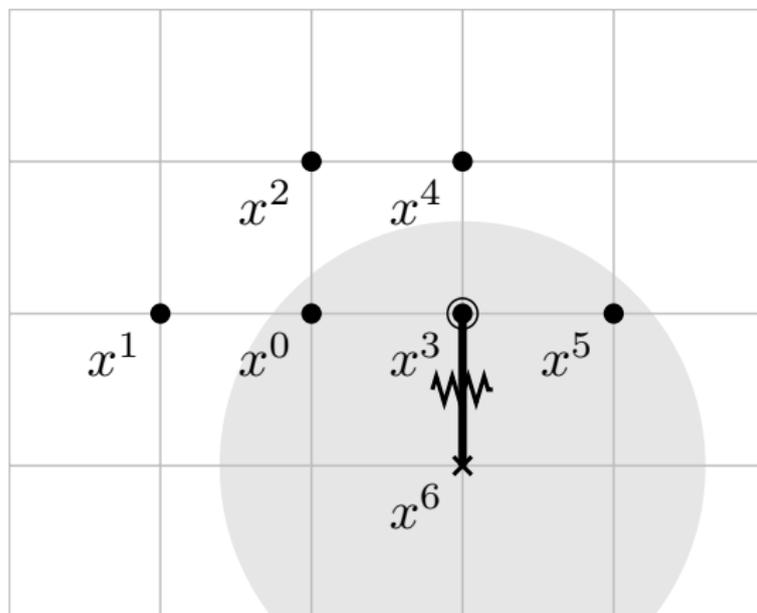
Principe de l'algorithme

- ▶ illustration sur la recherche par coordonnées



Principe de l'algorithme

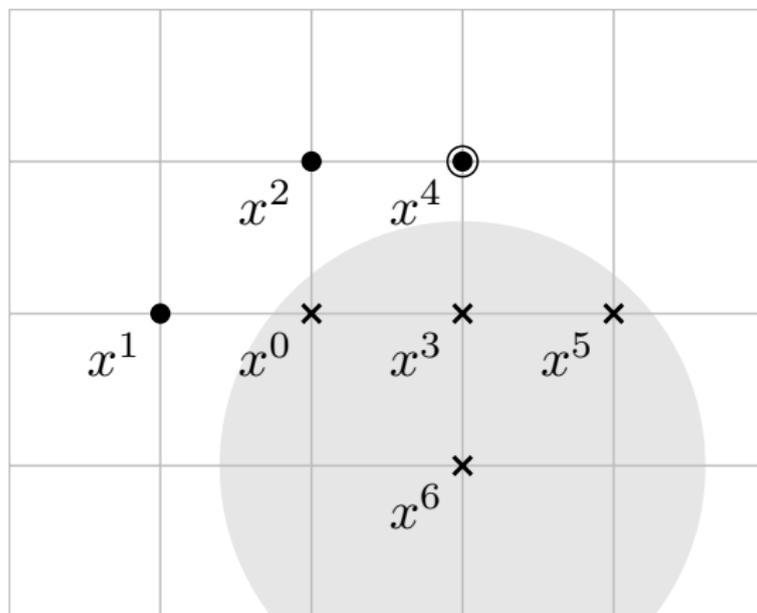
- illustration sur la recherche par coordonnées



$$f(x^6) - f(x^3) > L \|x^6 - x^3\| \quad , x^6 \text{ point révélateur}$$

Principe de l'algorithme

- ▶ illustration sur la recherche par coordonnées



$$f(x^6) - f(x^3) > L \|x^6 - x^3\| \quad , x^6 \text{ point révélateur}$$

Mécanismes algorithmiques

① détection de points révélateurs

- à chaque nouvelle évaluation x , scan des points dans $B_\epsilon(x)$,
- ensemble de points révélateurs pour f à l'itération k :

$$V^{k+} = \{x^+ \in V^k : \exists x^- \in V^k \cap X \cap B_\epsilon(x^+), f(x^+) - f(x^-) > L \|x^+ - x^-\|\}$$

Mécanismes algorithmiques

① détection de points révélateurs

- à chaque nouvelle évaluation x , scan des points dans $B_\epsilon(x)$,
- ensemble de points révélateurs pour f à l'itération k :
$$V^{k+} = \{x^+ \in V^k : \exists x^- \in V^k \cap X \cap B_\epsilon(x^+), f(x^+) - f(x^-) > L \|x^+ - x^-\| \}$$

② exclusion des zones révélées

- recherche d'une solution x loin des points révélateurs :

$$\forall x^+ \in V^{k+}, \epsilon - \|x - x^+\| \leq 0$$

- introduction d'une contrainte *artificielle* :

$$d^k(x) = \max_{x^+ \in V^{k+}} \frac{(\epsilon - \|x - x^+\|)}{\epsilon}$$

- traitement de $d^k(x)$ avec la barrière progressive

Mécanismes algorithmiques

③ nouveau type d'itération : *révélatrice*

- dès qu'un nouveau point révélateur γ^+ est détecté
- mise à jour de d^k pour les points à distance inférieure à ϵ de γ^+
- mises à jour de la barrière progressive : conservation des paramètres du maillage, ajustement du seuil de la barrière

Mécanismes algorithmiques

③ nouveau type d'itération : *révélatrice*

- dès qu'un nouveau point révélateur γ^+ est détecté
- mise à jour de d^k pour les points à distance inférieure à ϵ de γ^+
- mises à jour de la barrière progressive : conservation des paramètres du maillage, ajustement du seuil de la barrière

④ ajout d'une phase de recherche révélatrice

- pour contrer la diminution du pas de sonde
- recherche aléatoire d'au moins un point dans la boule de rayon ϵ autour des meilleurs itérés courant

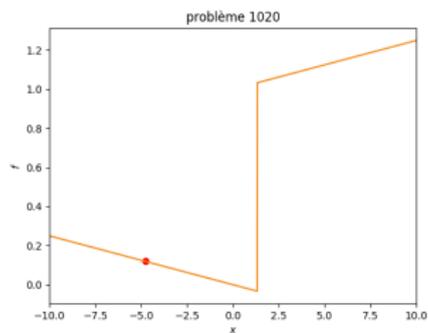
Sommaire

- ① Optimisation de boîte noires
- ② Algorithme d'éloignement des discontinuités
- ③ Résultats
- ④ Conclusion

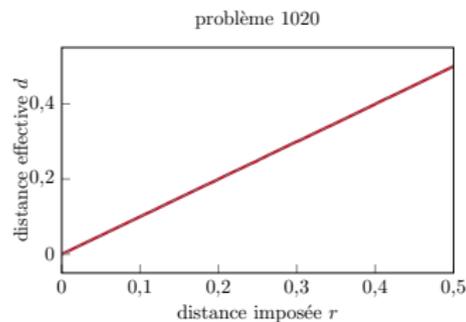
Paramètres et problèmes tests

- ▶ implémentation dans NOMAD 3.9.1
- ▶ problèmes tests avec fonctions discontinues :
 - problèmes analytiques en 1D et 2D
 - boîte noire d'un problème mécanique simplifié en 2D
- ▶ tests effectués :
 - pour chaque problème : 100 instances avec L, x^0 fixés par problème, ϵ variable
 - quantité observée : distance réelle à la discontinuité par rapport à la distance prescrite ϵ
- ▶ paramètres de l'algorithme :
 - critère d'arrêt sur taille minimale de maillage (10^{-10} et nombre d'évaluations (10000))
 - pas de maillage anisotropique
 - recherche révélatrice de discontinuités activée uniquement
 - modèles désactivés

Problèmes à 1 dimension

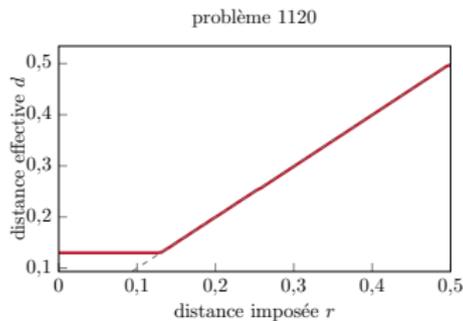
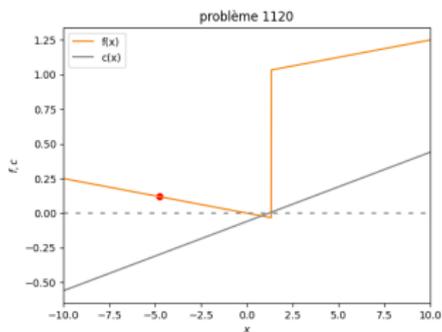
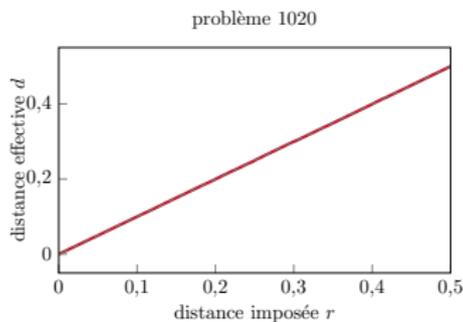
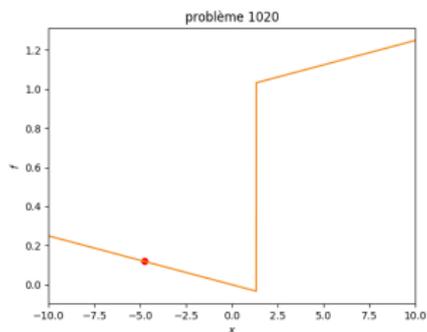


problème



résultats

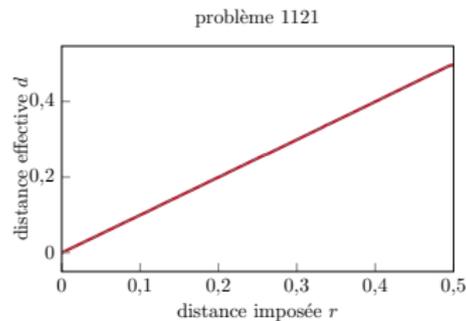
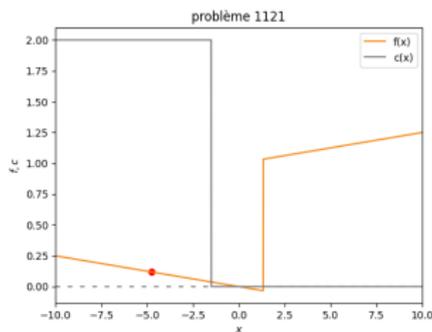
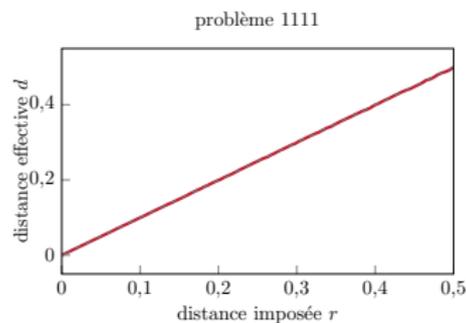
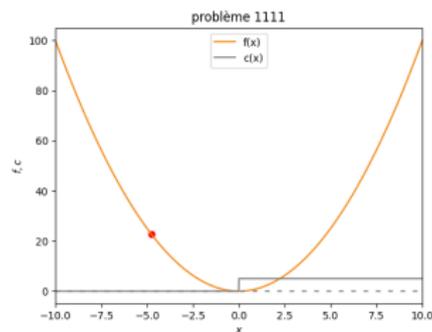
Problèmes à 1 dimension



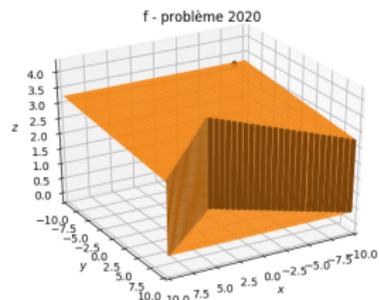
problème

résultat

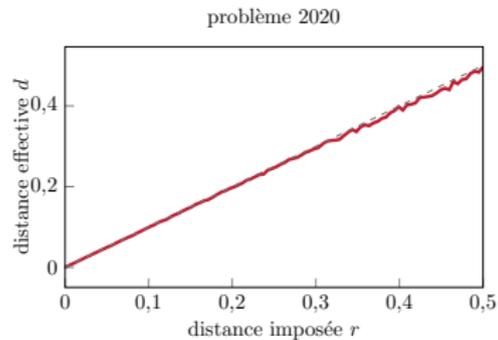
Problèmes à 1 dimension



Problèmes à 2 dimension



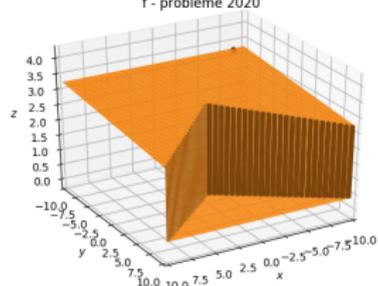
problème



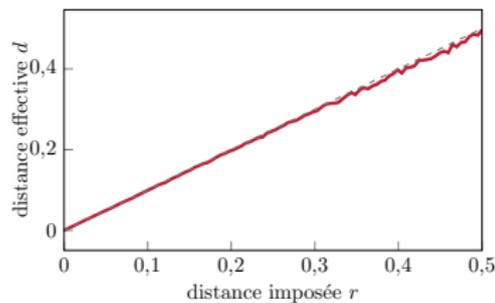
résultat

Problèmes à 2 dimension

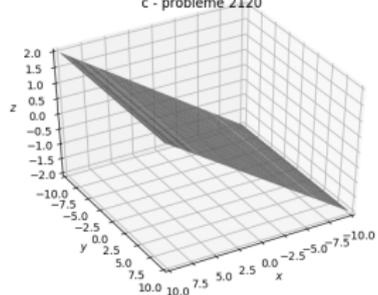
f - problème 2020



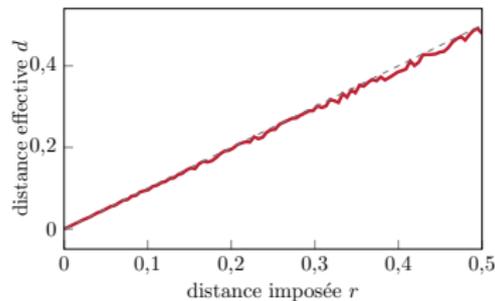
problème 2020



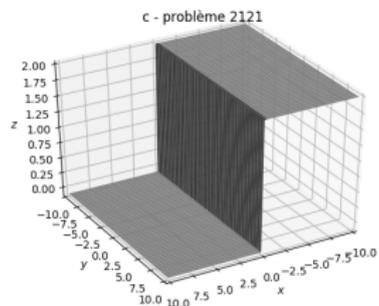
c - problème 2120



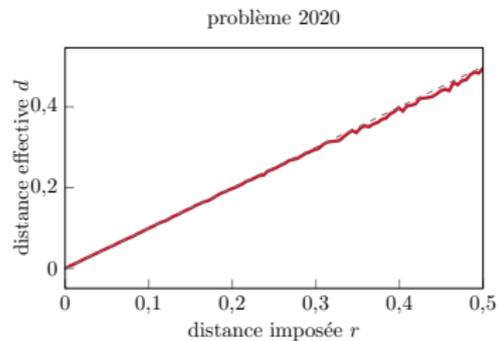
problème 2120



Problèmes à 2 dimension

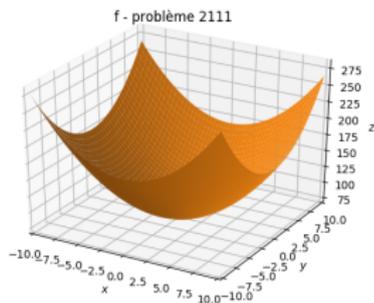
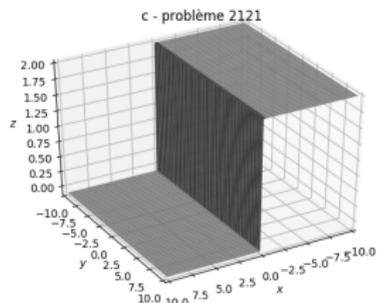


problème

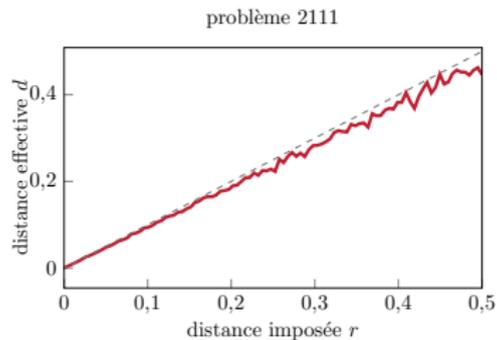
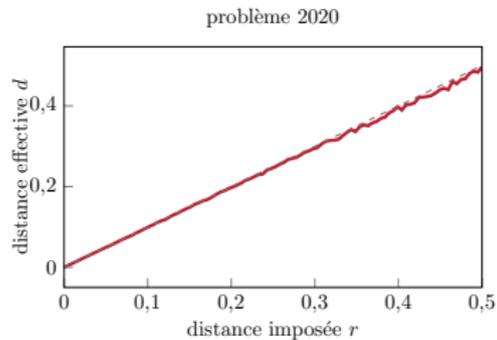


résultat

Problèmes à 2 dimension



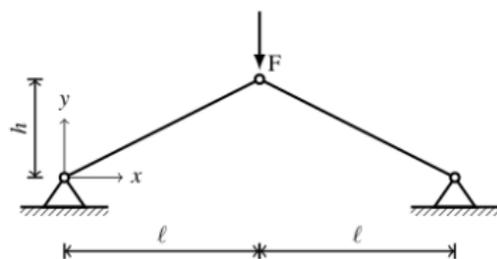
problème



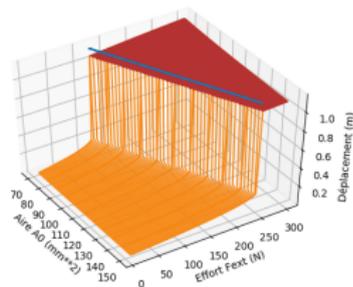
résultat

Application mécanique

- ▶ problème à 2 variables de flambement sur treillis de barre :
 - A : aire des sections de barres
 - F : effort exercé au sommet du treillis



problème



sortie : position de la flèche y_f

- ▶ formulation du problème d'optimisation

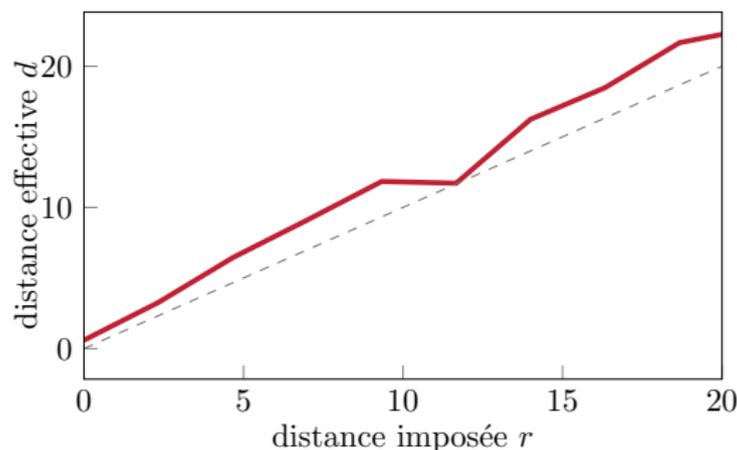
$$\begin{aligned} & \min_{A, F} y_f \\ \text{sujet à : } & 0,4 - y_f \leq 0 \\ & 0 \leq A \leq 100 \quad 0 \leq F \leq 100 \end{aligned}$$

Source: Boursier Niutta, 2018, Surrogate Modelling in design optimization of structures with discontinuous responses

Application mécanique

- ▶ $x^0 = (0, 100)$, un seul cas test pour l'instant \Rightarrow à investiguer

problème 21900



résultat

- ▶ forte dépendance au choix de L

Sommaire

- ① Optimisation de boîte noires
- ② Algorithme d'éloignement des discontinuités
- ③ Résultats
- ④ Conclusion

Conclusion

► bilan

- résolution du problème d'éloignement aux discontinuités sur les problèmes tests analytiques
- enjeu : choix judicieux du paramètre L

Conclusion

- ▶ bilan
 - résolution du problème d'éloignement aux discontinuités sur les problèmes tests analytiques
 - enjeu : choix judicieux du paramètre L
- ▶ prochaines étapes
 - analyse de convergence
 - tests numériques supplémentaires : points de départs variés, discontinuités courbes
 - indicateur de qualité de l'échantillonnage au voisinage du meilleur point en cas d'arrêt prématuré
- ▶ perspectives
 - traitement des contraintes semi-infinies en optimisation de boîte noire

Merci pour votre attention